

Studien zur verzerrungsfreien Bestimmung der Jetenergiekorrekturen für CMS

DPG Frühjahrstagung 2009

Christian Autermann, Ulla Gebbert, Robert Klanner, Björn Kolodzey,
Isabell Melzer-Pellmann, Sebastian Naumann-Emme, Christian Sander,
Peter Schleper, Matthias Schröder, Torben Schum, Hartmut Stadie,
Matthias Stein, Jan Thomsen, Roger Wolf

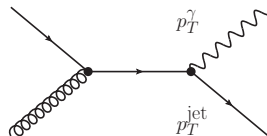
Universität Hamburg

12. März 2009



Grundlagen der Korrekturmethode

- An der Universität Hamburg wird derzeit eine Methode zur Jetenergiekorrektur entwickelt
- Kombination unterschiedlicher Datensätze
 - ▶ Gleichzeitige Korrektur verschiedener Effekte
 - ▶ Berücksichtigung von Korrelationen
- Zum Beispiel **γ -Jet Ereignisse**
 - ▶ p_T^γ aus ECAL-Messung — $3.6\%/\sqrt{E}$
 - ▶ p_T^{jet} aus ECAL+HCAL-Messung — $120\%/\sqrt{E}$
 - ▶ **p_T -Balance**: Im Mittel Korrektur von p_T^{jet} zu p_T^γ



Bekannte Wahrheit + zu korrigierende Messung

- Erlaubt **χ^2 -Minimierung** zur Bestimmung der Korrektur
- Im Vortrag
 - ▶ Studien allgemeiner Verzerrungen und spektraler Einflüsse
 - ▶ Vergleich verschiedener Formen der χ^2 -Funktion

Normierung der Residuen^{1,2}

- Datensatz mit konstanter Wahrheit t
- Korrektur der Messung $m \rightarrow m' = cm$, so dass $\langle m' \rangle = t$
- Erwartung: $c = \frac{t}{\langle m \rangle}$

Ansatz:

- Minimierung von (Ereignisindex k):

$$\chi^2 = \sum_k \left(\frac{cm_k - t}{\sigma} \right)^2 \rightarrow c = \frac{t}{\langle m \rangle} \left(\frac{1}{1 + \sigma^2 / \langle m \rangle^2} \right)$$

Nenner muss Fehler des Residuums sein

$$\frac{\partial}{\partial m_k} (cm_k - t)\sigma : \quad \sigma \longrightarrow \tilde{\sigma} = c\sigma$$

- Skalierung des Fehlers

$$\chi^2 = \sum_k \left(\frac{cm_k - t}{c\sigma} \right)^2 \rightarrow c = \frac{t}{\langle m \rangle}$$

¹ P. Kasper et al. *A Hidden Bias in a Common Calorimeter Calibration Scheme*, FERMILAB-Pub-93/394 (1993)

² V. Blobel *Fitting techniques*, Terascale Statistics Tools School, DESY (2008)

Definition eines abstrakten Datenmodells

Unsegmentiertes Kalorimeter

- Bekannte Wahrheit $t \longrightarrow p_T$ des Photons
- Messung m der Wahrheit $\longrightarrow p_T$ des Jets

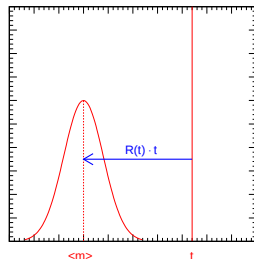
- m ist gaußförmig verteilt

$$f_t(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{m - \langle m \rangle(t)}{\sigma} \right)^2 \right]$$

- Mittlere Messung $\langle m \rangle$ definiert **Ansprechverhalten** $R(t)$

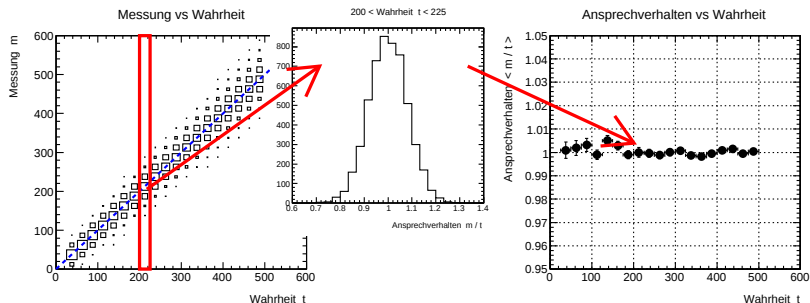
$$\langle m \rangle(t) = R(t) \cdot t$$

- Breite σ gegeben durch $\sigma = a\sqrt{\langle m \rangle}$ (*Stochastischer Term*)
- Im Folgenden $a = 1.2$



Messung des Ansprechverhaltens $R(t)$

- m/t -Distribution pro t -Bin
- $R = \langle m/t \rangle$ Mittelwert eines zentralen Gaußfits



Nach einer Korrektur soll $\langle m'/t \rangle = 1$

Allgemeine Ansätze für ein t -abhängiges Ansprechverhalten

- Ansprechverhalten im Allgemeinen t -abhängig
- Korrekturfunktion muss von m abhängen: $\langle C(m)m \rangle = t$

Inversion des Ansprechverhaltens

- Analytische Inversion zur Korrekturfunktion C

$$\langle m \rangle = R(t)t \iff C(\langle m \rangle)\langle m \rangle = t$$

- $\langle m \rangle \rightarrow m$ erlaubt Korrektur $m' = C(m)m$

Ansatz I)

- 1 Inversion
- 2 χ^2 -Fit der Korrektur

$$\chi^2 = \sum_k \left(\frac{C(m_k)m_k - t_k}{\tilde{\sigma}_k} \right)^2$$

Ansatz II)

- 1 χ^2 -Fit des Ansprechverhaltens

$$\chi^2 = \sum_k \left(\frac{m_k - R(t_k)t_k}{\sigma_k} \right)^2$$

- 2 Inversion

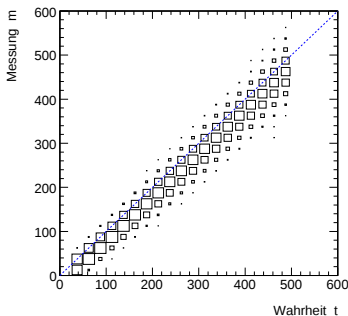
Testdatensatz mit flachem t-Spektrum

Ansprechverhalten

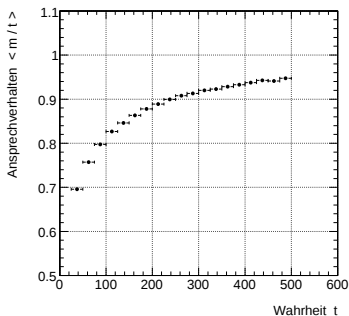
$$R(t) = 1 - \frac{b_0}{t - b_1}$$

- 10^5 Ereignisse, $b_0 = 30$, $b_1 = 60$
- **Flaches t-Spektrum** von 25 bis 500

Messung vs Wahrheit



Ansprechverhalten vs Wahrheit



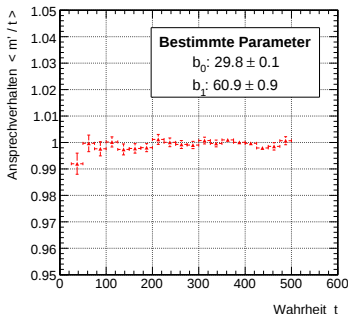
Korrekturefunktion als Inverses des Ansprechverhaltens

$$C(m) = \frac{1}{m} \left(b + \sqrt{b^2 + b_1 m} \right), \quad b = -\frac{1}{2} (b_1 - b_0 - m)$$

Vergleich der Erwartungstreue beider Ansätze

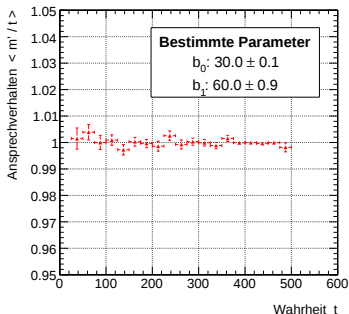
$$\text{I) } \chi^2 = \sum_k \left(\frac{C(m_k)m_k - t_k}{\tilde{\sigma}_k} \right)^2$$

Ansprechverhalten vs Wahrheit



$$\text{II) } \chi^2 = \sum_k \left(\frac{m_k - R(t_k)t_k}{\sigma_k} \right)^2$$

Ansprechverhalten vs Wahrheit



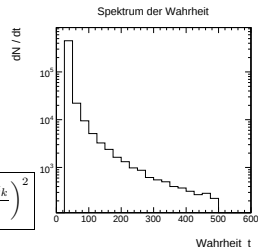
Beide Ansätze bestimmen die Parameter auf $\lesssim 2\%$ genau

Fallendes t-Spektrum

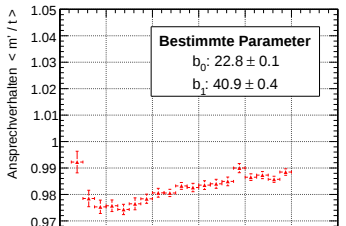
- Wieder $R(t) = 1 - \frac{b_0}{t - b_1}$, $b_0 = 30$, $b_1 = 60$
- t fällt $\propto 1/t^6$ von 25 bis 500

$$\text{I) } \chi^2 = \sum_k \left(\frac{C(m_k)m_k - t_k}{\tilde{\sigma}_k} \right)^2$$

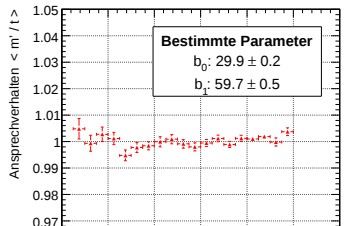
$$\text{II) } \chi^2 = \sum_k \left(\frac{m_k - R(t_k)t_k}{\sigma_k} \right)^2$$



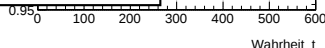
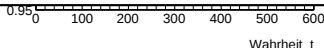
Ansprechverhalten vs Wahrheit



Ansprechverhalten vs Wahrheit



Validierung auf Datensatz mit flachem t-Spektrum



Ansatz 2 bestimmt die Parameter auf $\approx 1\%$ korrekt

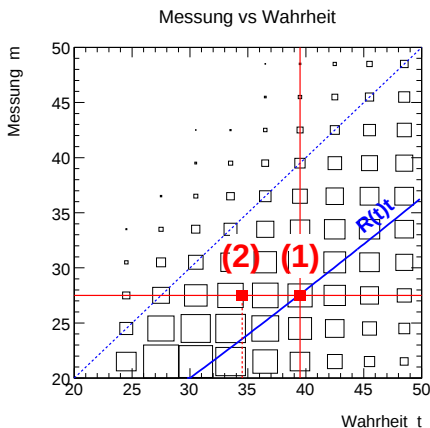
Grund der Verzerrung durch Spektraleinflüsse

Ansatz II): Residuum ($m - R(t)t$)

- Für konstante t
 - Die meisten Ereignisse bei (1)
 - ★ Entspricht t_1 mit $m = R(t_1)t_1$
 - Bestimmtes Ansprechverhalten korrekt

Ansatz I): Residuum ($C(m)m - t$)

- Für konstante m
 - Einige Ereignisse bei (1)
 - Die meisten Ereignisse bei (2)
 - ★ Entspricht $t_2 < t_1$
 - ★ Somit $\langle m/t \rangle \approx m/t_2 > R(t_1)$
 - Gefundene Korrektur zu klein



Minimierung in Bins von t ist unabhängig vom Spektrum

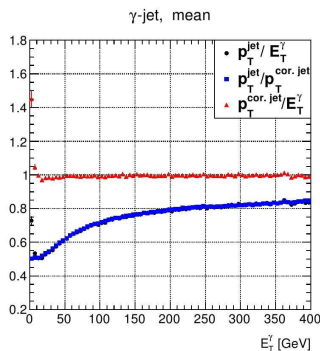
Zusammenfassung & Ausblick

Zusammenfassung

- Unterschiedliche Ansätze zur Jetenergiekorrektur mit Hilfe einer χ^2 -Minimierung wurden anhand eines abstrakten Datenmodells verglichen
- Ansatz I): Bestimmung der Korrekturfunktion
 - ▶ Verzerrungen durch Spektrum der Wahrheit
- Ansatz II): Bestimmung der Funktion des Ansprechverhaltens
 - ▶ Verzerrungsfrei

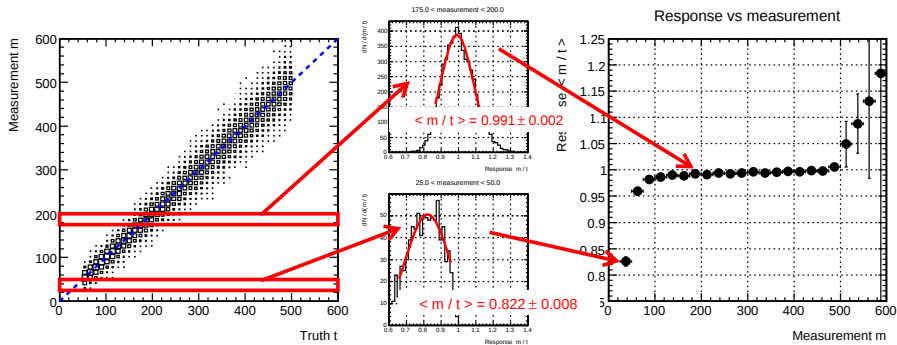
Ausblick

- Ausweitung der Methode auf Tower-Niveau
 - ▶ Verbesserung der Auflösung?
- Anwendung auf Physikereignisse
 - ▶ Realistischeres Datenmodell
 - ▶ Physikalisch motivierte Funktion des Ansprechverhaltens
- Bestimmung von Jetenergiekorrekturen



Anhang

Messung des Ansprechverhaltens in Bins der Messung



χ^2 -Funktion aus Ansatz I)

- Funktion des Ansprechverhaltens

$$R(t) = 1 - \frac{b_0}{t + b_1}$$

- Korrekturfunktion

$$C(m) = \frac{1}{m} \left(b + \sqrt{b^2 + b_1 m} \right)$$

mit $b = -\frac{1}{2} (b_1 - b_0 - m)$

- χ^2 -Funktion

$$\chi^2 = \sum_k \left(\frac{C(m_k) m_k - t_k}{\tilde{\sigma}_k} \right)^2$$

mit

$$\tilde{\sigma}_k = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{b_1 - b}{\sqrt{b^2 + b_1 m_k}} \right) \sigma_k$$

Parameterscan für Ansatz I)

- t -Spektrum von 25 bis 500, fallend mit $1/t^6$
- Ansprechverhalten

$$R(t) = 1 - \frac{b_0}{t + b_1}$$

- $5 \cdot 10^5$ Ereignisse pro Parameterpunkt

$(b_0^{\text{true}}, b_1^{\text{true}})$	$b_0^{\text{fitted}}/b_0^{\text{true}}$	$b_1^{\text{fitted}}/b_1^{\text{true}}$	χ^2/N
(30, 30)	1.005 ± 0.004	1.009 ± 0.007	0.9580
(30, 40)	1.001 ± 0.004	1.001 ± 0.008	0.9763
(30, 60)	0.986 ± 0.006	0.978 ± 0.009	0.9880
(30, 100)	1.001 ± 0.009	1.00 ± 0.01	0.9957
(10, 60)	0.99 ± 0.02	0.98 ± 0.03	0.9963
(10, 20)	0.99 ± 0.01	0.98 ± 0.02	0.9958
(10, 100)	0.97 ± 0.03	0.95 ± 0.03	1.0003
(60, 60)	0.999 ± 0.003	0.999 ± 0.004	0.8785
(60, 80)	1.001 ± 0.003	1.001 ± 0.005	0.9495
(60, 100)	0.994 ± 0.004	0.991 ± 0.006	0.9758