

Emittanzmessung

Gero Kube

-MDI-

gero.kube@desy.de

- Einleitung: Emittanz & Emittanzmessung
- Messung kleiner Strahlprofile mit Synchrotronstrahlung
- Synchrotronstrahlungs-Interferometer



• Spektrale Brillanz einer Synchrotron-Strahlungsquelle (Ring oder Linac)

- › Maß für die Phasenraum-Dichte des Photonенflusses

$$B = \frac{\text{Anzahl Photonen}}{[\text{sec}][\text{mm}^2][\text{mrad}^2][0.1\% \text{ Bandbreite}]}$$

- › Anforderung der Nutzer: Strahlungsquelle mit hoher Brillanz
 - soviel Photonen wie möglich in schmalem Energiebereich auf der Probe
- › direkter Zusammenhang mit den Maschinen-Parametern

$$B \propto \frac{N_\gamma}{\sigma_x \sigma_{x'} \sigma_z \sigma_{z'}} \propto \frac{I}{\varepsilon_x \varepsilon_z}$$

› Anforderungen

i) hoher Strahlstrom

- Erzielen hoher Strahlströmen
- Handhabung der Wärmeleistung

ii) kleine Strahlemittanz

- Erzielen kleiner Emittanzen (Aufgabe für Strahloptiker)
- Beibehalten der Emittanz (Stabilität)
- **Messung kleiner Emittanzen**

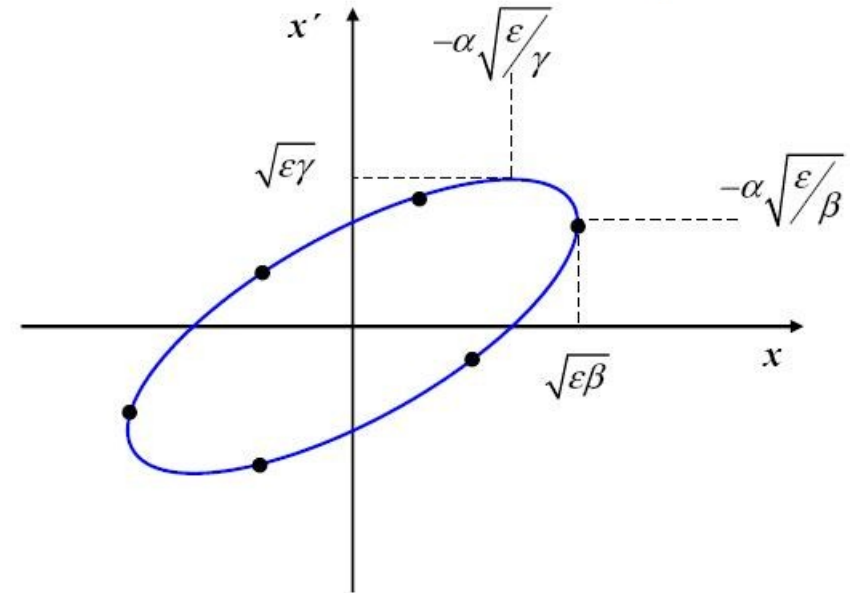
Transversale Emittanz

- Emittanz ist projizierte Fläche des transversalen Phasenraum-Volumens
 - Phasenraum: Orts/Divergenz-Raum
- kein direkt zugänglicher Parameter für Strahldiagnose
- gängige Darstellungen
 - über Twiss-Parameter

$$\varepsilon = \gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2$$

- statistische Definition

P.M. Lapostolle, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-18, No.3 (1971) 1101



2. Moment der Ladungsverteilung $\rho(x)$ $\langle x^2 \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 \cdot \rho(x)}{\int_{-\infty}^{\infty} dx \rho(x)}$

- ε_{rms} ist Maß für die Ausschmierung im Phasenraum
- Root-Mean-Square (rms) Werte der Verteilung

$$\sigma_x = \langle x^2 \rangle^{1/2}$$

- ε_{rms} nützliche Definition, auch für nicht-lineare Strahlen (z.B. mit Raumladung)

Emittanz und Beam Matrix

• Konzept der „Beam“-Matrix

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle \\ \langle xx' \rangle & \langle x'^2 \rangle \end{pmatrix} = \varepsilon \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ -\alpha & \gamma \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon = \sqrt{\det \sigma} = \sqrt{\sigma_{11}(s) \cdot \sigma_{22}(s) - \sigma_{12}^2(s)}$$

› Transformationseigenschaft

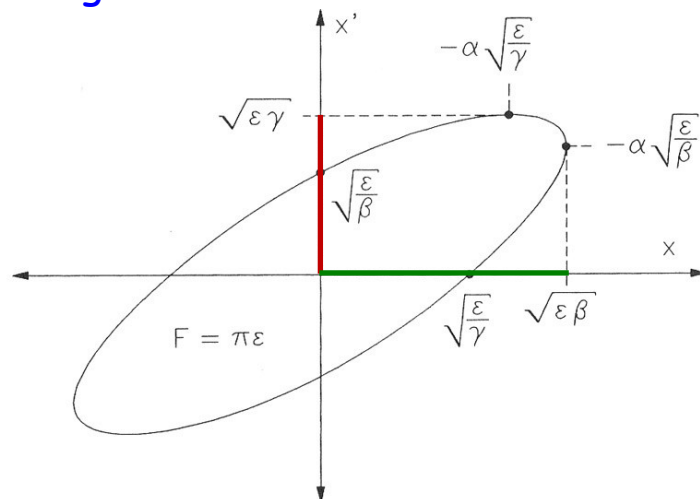
$$\sigma_1 = R \sigma_0 R^T \quad R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}$$



Emittanzmessung:

Bestimmung der 3 Beam-Matrix-Elemente an einem Ort s im Beschleuniger

• Messgrößen



› **Strahlfleckgröße** $\sqrt{\sigma_{11}} = \sqrt{\langle x^2 \rangle} = \sqrt{\varepsilon \beta}$

› **Strahldivergenz** $\sqrt{\sigma_{22}} = \sqrt{\langle x'^2 \rangle} = \sqrt{\varepsilon \gamma}$

Prinzip der Emittanzmessung

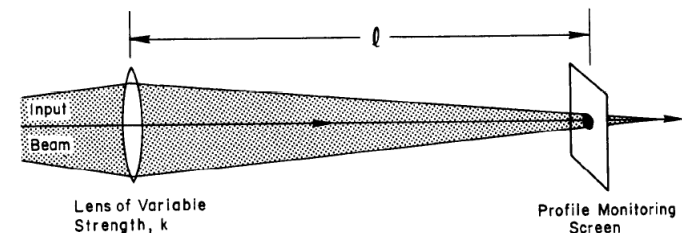
- **Emittanzmessung erfordert Bestimmung von 3 Unbekannten:** σ_{11} , σ_{22} , σ_{12}
 - Kenntnis der Matrix-Elemente an **einem Ort** in Maschine erforderlich
 - insbesondere σ_{12} für Messung schwer zugänglich
- **statt direkter Messung der Beam-Matrix-Elemente an einem Ort in Maschine**
 - nutze Transformationseigenschaft der Beam Matrix aus
 - führe (mindestens) 3 **Profilmessungen** unter verschiedenen Bedingungen durch

‣ **Quadrupol-Scan**

- Änderung der Matrixelemente R durch **Optik-Änderung**
- sequentielle Messung mit **einem** Monitor bei **verschiedenen** Quadrupol-Einstellungen

‣ **Multi-Screen-Methode**

- Änderung der Matrixelemente R durch **Änderung der Monitorposition**
- Messung mit **mehreren** Monitoren bei **einer** Optik-Einstellung



Emittanzmessung Kreisbeschleuniger

- Transformationsmatrix für vollen Umlauf

$$M(z, z+C) = \begin{pmatrix} c & s \\ c' & s' \end{pmatrix}$$

- Elemente c, s, c', s' abhängig von Magneteinstellung und Ort
 - sind bekannt

- Periodizität der Twiss-Parameter mit Umlauf:

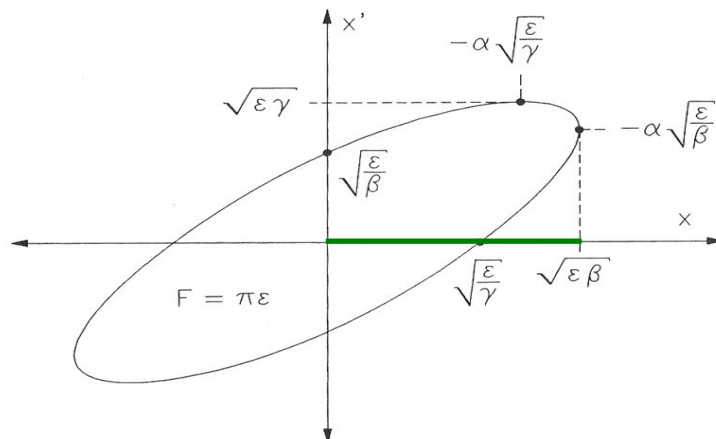
$$\begin{pmatrix} \beta(z) \\ \alpha(z) \\ \gamma(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta(z+C) \\ \alpha(z+C) \\ \gamma(z+C) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 & -2cs & s^2 \\ -cc' & cs'+c's & -ss' \\ c'^2 & -2c's' & s'^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \beta(z) \\ \alpha(z) \\ \gamma(z) \end{pmatrix}$$

- eindeutige Lösung für Elemente des Eigenvektors

$$\beta(z) = \frac{2s}{\sqrt{(2-c-s')(2+c+s')}}}$$

- analog $\alpha(z), \gamma(z)$

- z_M : Ort des Profilmonitors im Ring, d.h. $\beta(z_M)$ dort eindeutig bestimmt



- Strahlfleckgröße $\sigma(z_M) = \sqrt{\epsilon \beta(z_M)}$

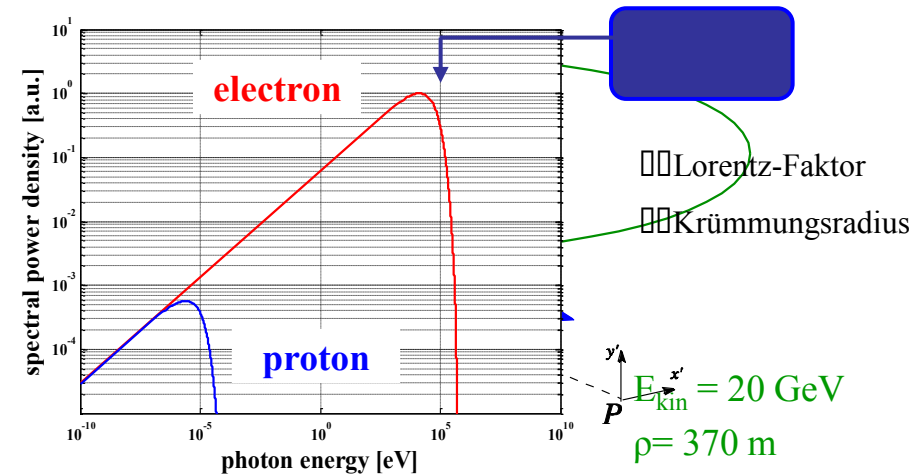
Emittanzmessung in Kreisbeschleunigern

- ein Monitor ausreichend
- Emittanzmessung beruht auf Strahlprofilmessung

Profilmessung Kreisbeschleuniger

● Synchrotronstrahlung

- ▶ el.magn. Strahlung, emittiert von geladenem Teilchen auf gekrümmter Bahn (z.B. in Magnetfeld)
 - Dipolmagnete, Undulatoren, ...
- ▶ nicht-invasiv
 - ermöglicht parasitäre Messungen
- ▶ vertikal scharf kollimiert
 - Öffnungswinkel $\Psi \propto 1/\gamma$
- ▶ breites Emissionsspektrum



● alternative Profilmessungen

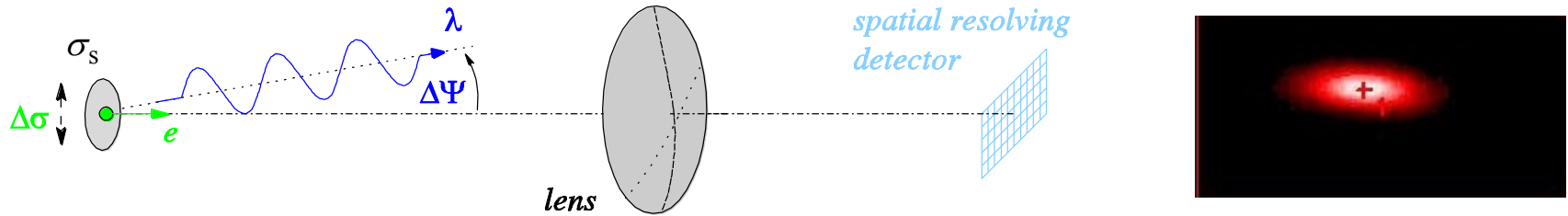
- ▶ Schirmmonitore
 - **invasiv**, zerstören umlaufenden Strahl bzw. werden von umlaufendem Strahl zerstört
- ▶ Wire Scanner
 - **minimal invasiv**, im Einsatz @ HERAe; bei PETRA würde Draht (Quartz) bei WW schmelzen
- ▶ Laser Wire Scanner
 - **minimal invasiv**, Laser-Compton-Streuung @ PETRA



Beschränkung auf Synchrotronstrahlungs-Diagnose

Messung kleiner Strahlprofile

- direkte Abbildung des Strahlprofils mittels Synchrotronstrahlung



- ▶ fundamentale Auflösungsbegrenzung: **Unschärferelation**
- ▶ scharfe vertikale Kollimation $\Delta\Psi$

typischer Öffnungswinkel : ($\lambda \geq \lambda_c$) $\Delta\Psi = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^{1/3} \leq 1 \text{ mrad}$



Auflösungsbegrenzung durch Unschärferelation

- Beispiel: vertikale Profilmessung bei PETRA III (optischer Spektralbereich @ $\lambda = 500 \text{ nm}$)

- ▶ Strahlparameter → $E = 6 \text{ GeV}, \lambda_c = 0.06 \text{ nm}$
- ▶ erreichbare Auflösung → $\Delta\sigma_v = 144 \mu\text{m}$
- ▶ aufzulösende Strahlbreite → $\sigma_v = 10 - 20 \mu\text{m}$

Verbesserung der Auflösung

● Abbildung des Strahlprofils: Übergang zu kleineren Wellenlängen

$$\Delta\sigma \approx \frac{\lambda}{2\Delta\Psi}$$

- › VUV-Strahlung, weiche Röntgenstrahlung, harte Röntgenstrahlung

→ **Beispiel:** Abbildendes Verfahren @ 10 keV ($\lambda = 0.124$ nm) bei PETRA III

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------------|
| › Strahlparameter | → E = 6 GeV, $\lambda_c = 0.06$ nm |
| › erreichbare Auflösung | → $\Delta\sigma_v = 1$ μm |
| › aufzulösende Strahlbreite | → $\sigma_v = 10 - 20$ μm |

● (fokussierende) Röntgenoptiken für abbildende Verfahren

- › reflektive Optiken

→ Kirkpatrick-Baez Spiegel

ALS: T.R. Renner, H.A. Padmore, R. Keller, Rev.Sci.Instrum. 67 (1996) 3368

- › diffraktive Optiken

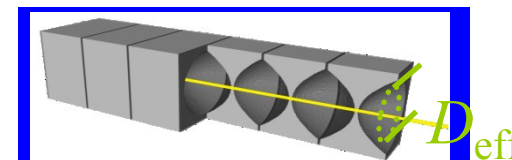
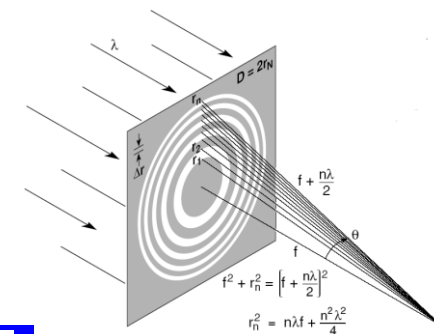
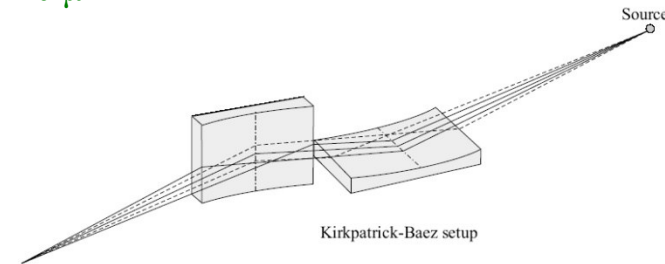
→ Fresnel Zonenplatten

SPring-8: S. Takano, M. Masaki, H. Ohkuma, NIM A556 (2006) 357

ATF (KEK): H. Sakai et al., Phys. Rev. ST Accel. Beams 10 (2007) 042801

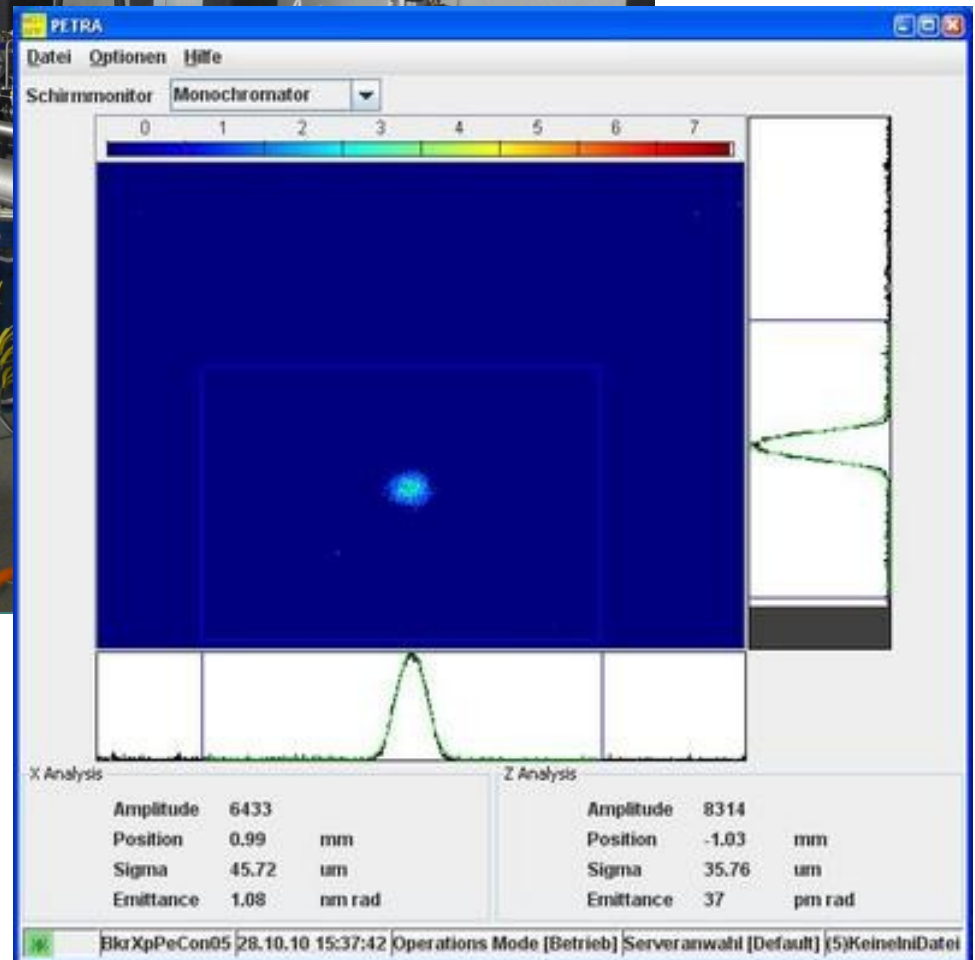
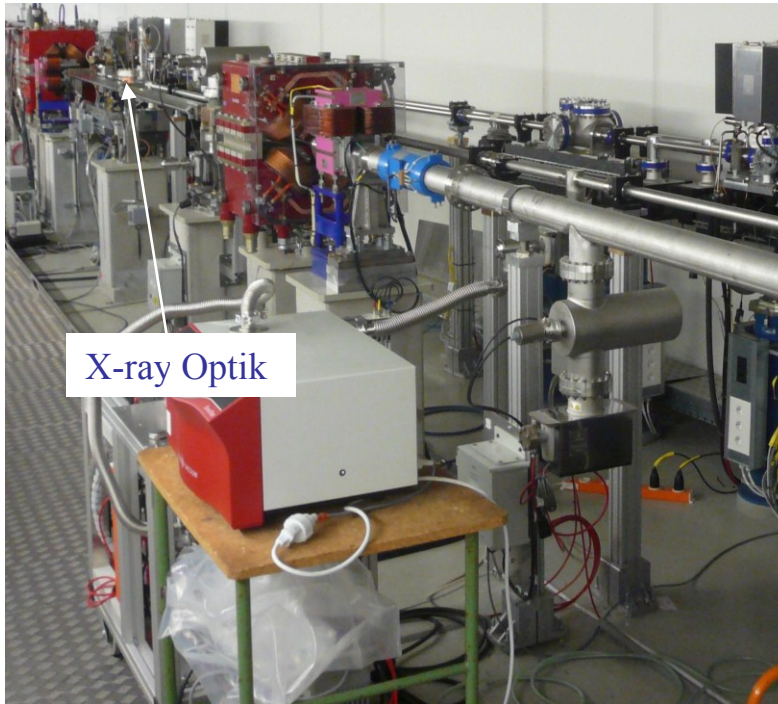
- › refraktive Optiken

→ Röntgenlinsen (PETRA III)



CRL Monitor @ PETRA III

● PETRA III Diagnose-Beamline



- › gemessene vertikale Emittanz zu groß
 - nach Verbesserungen ca. 30 pm.rad
- › Einführung weiterer Emittanzmessung
 - **SR-Interferometer**

Kohärenz-Untersuchung einer Quelle

● Kohärenz

› klassische Optik → Interferenzfähigkeit von Licht (d.h. feste Phasenbeziehung zwischen Wellenzügen)

› Kontrast eines Interferenzmusters → Maß für Kohärenz

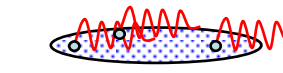
› zeitliche Kohärenz

→ Anwendung bei longitudinaler Strahldiagnose

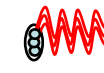
(Bunchlängenmessung, kohärente Strahlungsdiagnose)

› räumliche Kohärenz

→ Anwendung bei transversaler Strahldiagnose



langer Bunch ($\lambda < \sigma_t$)



kurzer Bunch ($\lambda > \sigma_t$)

● Synchrotronstrahlungs-Interferometer

T. Mitsuhashi, Proc. Joint US-CERN-Japan-Russia School of Particle Accelerators, Montreux, 11-20 May 1998 (World Scientific), pp. 399-427.

› Prinzip entlehnt von astronomischen Messverfahren

→ stellare Interferometrie nach Michelson

› fundamentale Auflösungsbegrenzung: **Unschärferelation**

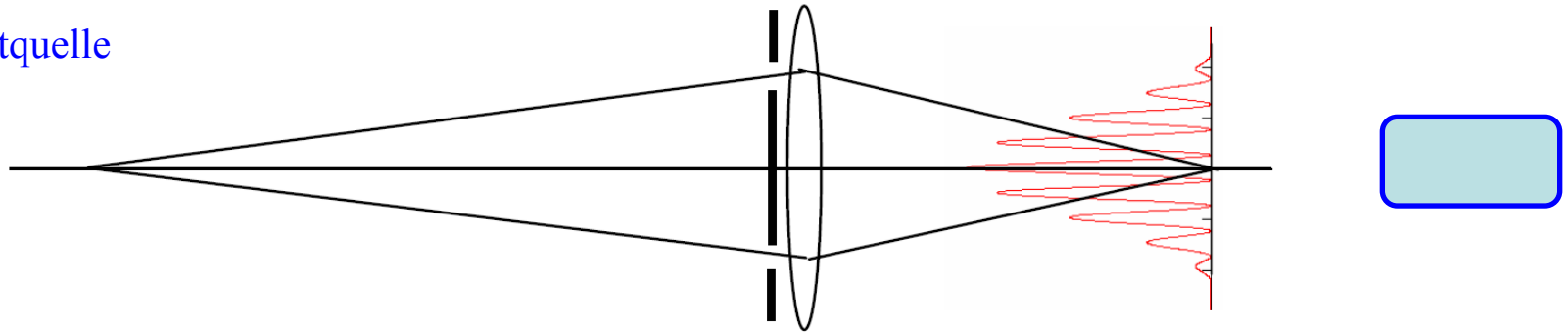
→ interferometrische Messung erfordert genaue Phasen-Bestimmung ($\Delta\Phi$ klein)

→ Fluktuation in Amplitude (in Anzahl Photonen Δn) groß, d.h. ausreichend Intensität erforderlich

Prinzip SR-Interferometer

T. Mitsuhashi, Proc. Joint US-CERN-Japan-Russia School of Particle Accelerators, Montreux, 11-20 May 1998 (World Scientific), pp. 399-427.

- Punktquelle

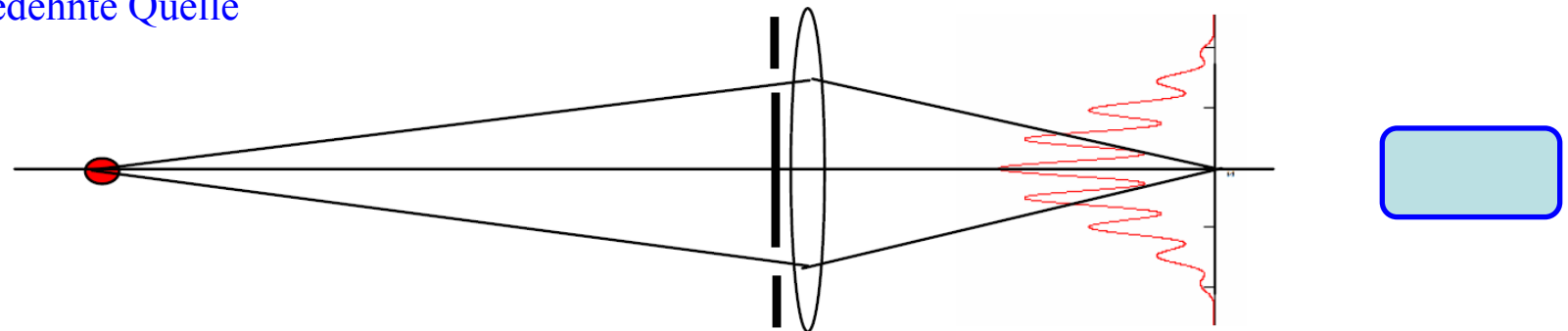


- Quantifizierung des Kontrastes

Visibilität



- ausgedehnte Quelle



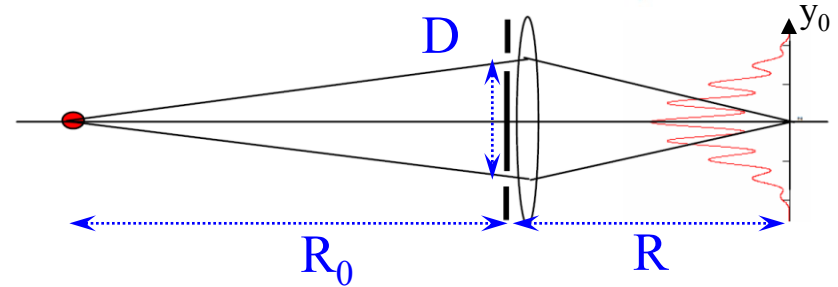
Visibilität enthält Information über Quellausdehnung

Mathematische Formulierung

● Grad der räumlichen Kohärenz (1.Ordnung)



→ γ : normierte komplexe Korrelationsfunktion
mit $|\gamma| = V$



› Intensitätsverteilung einer partiell räumlich kohärenten Quelle

$$I = \langle |\vec{E}_1 + \vec{E}_2|^2 \rangle = I_{inc} (1 + |\gamma| \cdot \cos \varphi') \quad I_{inc} = I_1 + I_2 \quad \text{und} \quad I_1 \approx I_2$$

→ bzw. unter Berücksichtigung der Interferenz am Einzelspalt:



● van Cittert-Zernike-Theorem (Fernfeld)

› Beziehung zwischen Kohärenzgrad und Intensitätsverteilung in Quellebene

→ Fourier-Transformierte



mit

$$v_y = \frac{D}{\lambda R_0}$$

räumliche Frequenz

(in Linienpaaren / mm)

› räumliches Äquivalent zu Wiener-Khinchine-Theorem (Autokorrelations-Spektroskopie)

SR-Interferometer

Betriebsmodi

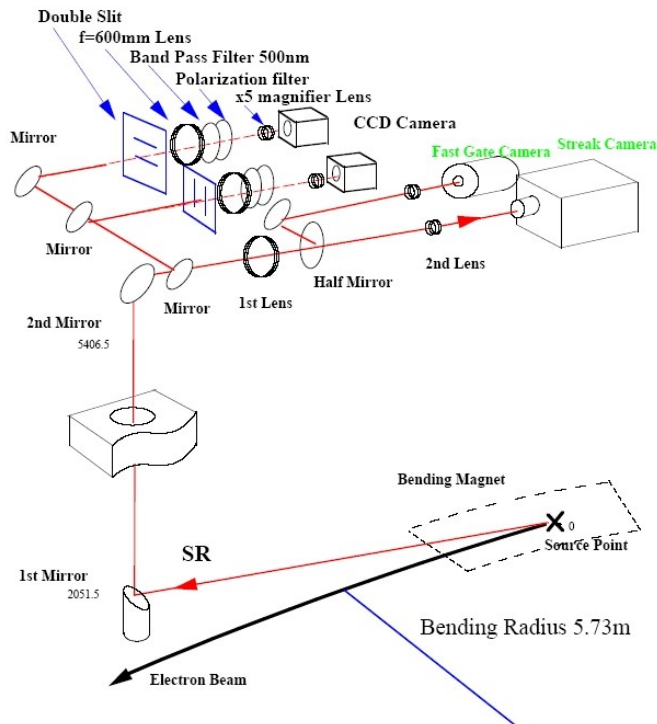
- Scan als Funktion des Spaltabstands → Rekonstruktion transversales Bunchprofil (analog Bunchlänge)
- bekanntes Bunchprofil $f(y)$ → Messung bei festem Abstand D_0
→ analytische Auswertung der Fourier-Trafo



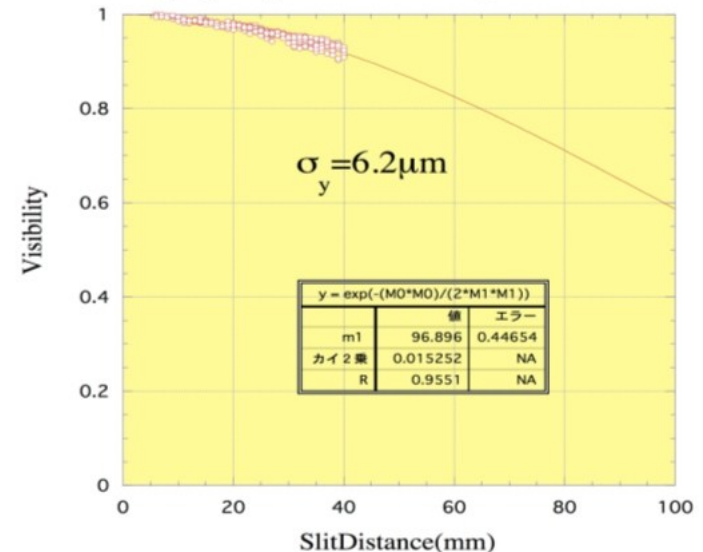
$f(y)$ Gauss-verteilt

Beispiel: Interferometer-Aufbau @ ATF (KEK)

H.Hanyo et al., Proc. of PAC99 (1999), 2143



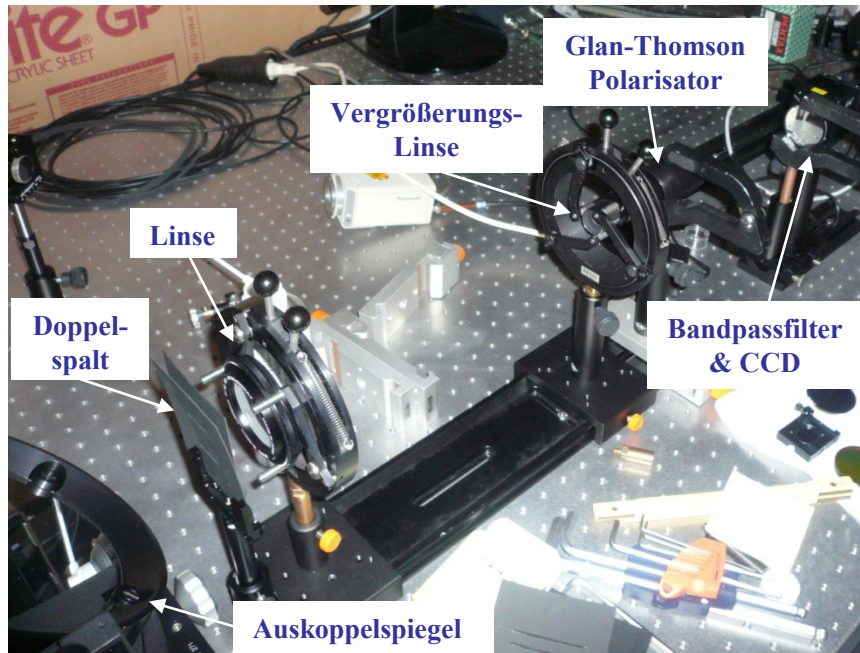
ATF-Damping Ring Vertical Beam Size Measurement



- Fit Interferenzmuster → $\gamma(D)$
- Fourier-Rücktrafo → Bunchprofil & σ

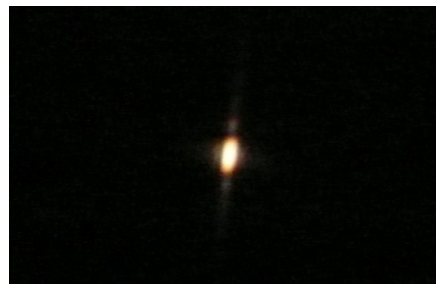
SR-Interferometer @ PETRA

• Testaufbau in optischer Hütte

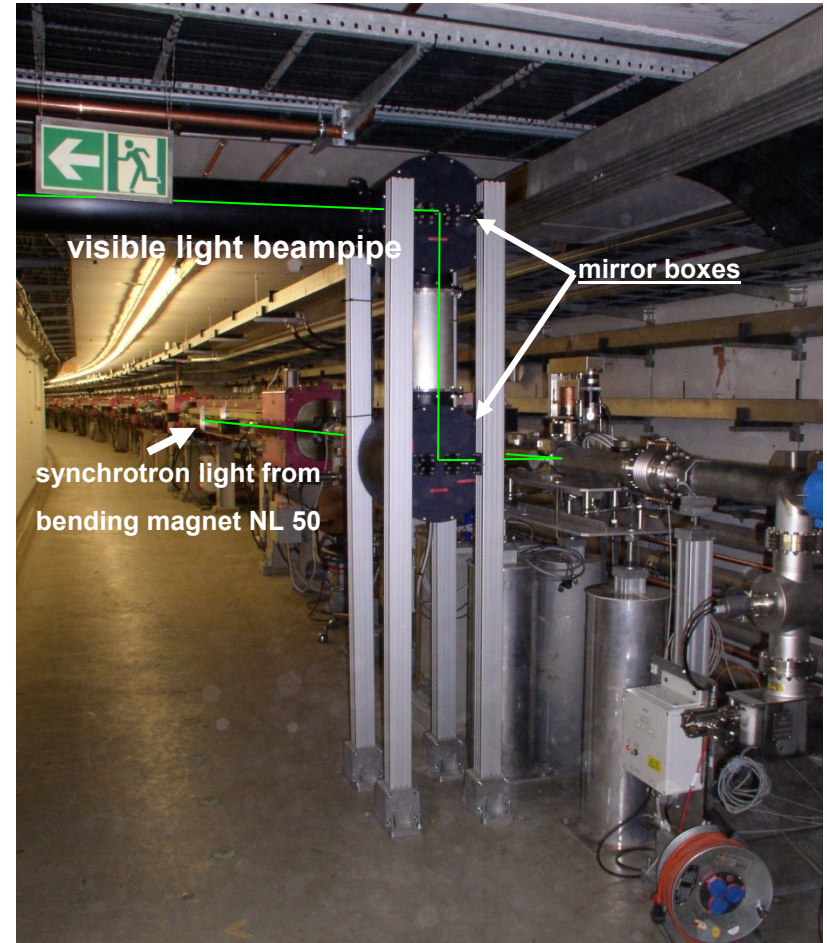


- › in Zusammenarbeit mit T. Mitsuhashi (KEK) und H.-Ch. Schröder (MDI-2)

- › Weisslicht-Interferogramm



• Auskopplung PETRA NL40

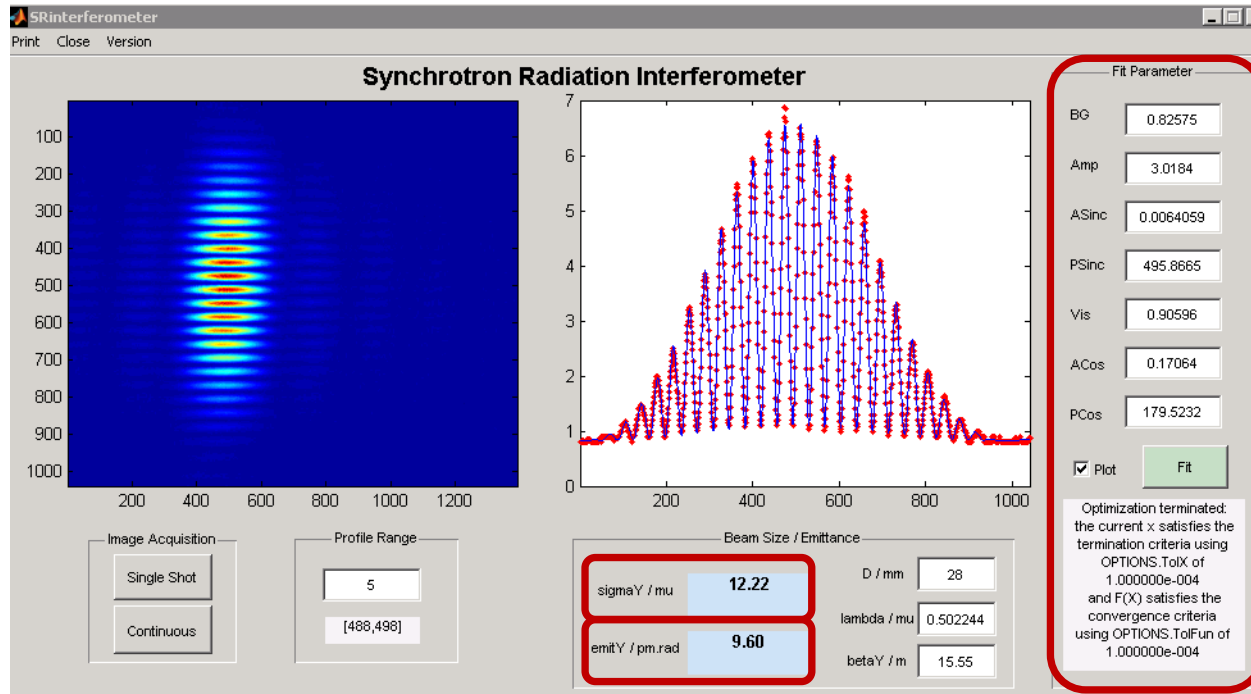


- › Strahltransport über 30m via Relays-Optik

SR-Interferometer @ PETRA

● Interferometer im BKR

- › MatLab-Oberfläche → profitiert von neuen TINE-MatLab APIs (Phil Duval, Stefan Weisse, ...)



- › Fit des Interferenzmusters → Visibilität

$$I(y) = BG + Amp \cdot [\text{sinc}(ASinc(y - PSinc))]^2 [1 + Vis \cdot \cos(ACos(y - PCos))]$$

- › Umrechnung Visibilität in Strahlgröße → Annahme Gauss-Verteilung

- › Umrechnung Strahlgröße in Emittanz

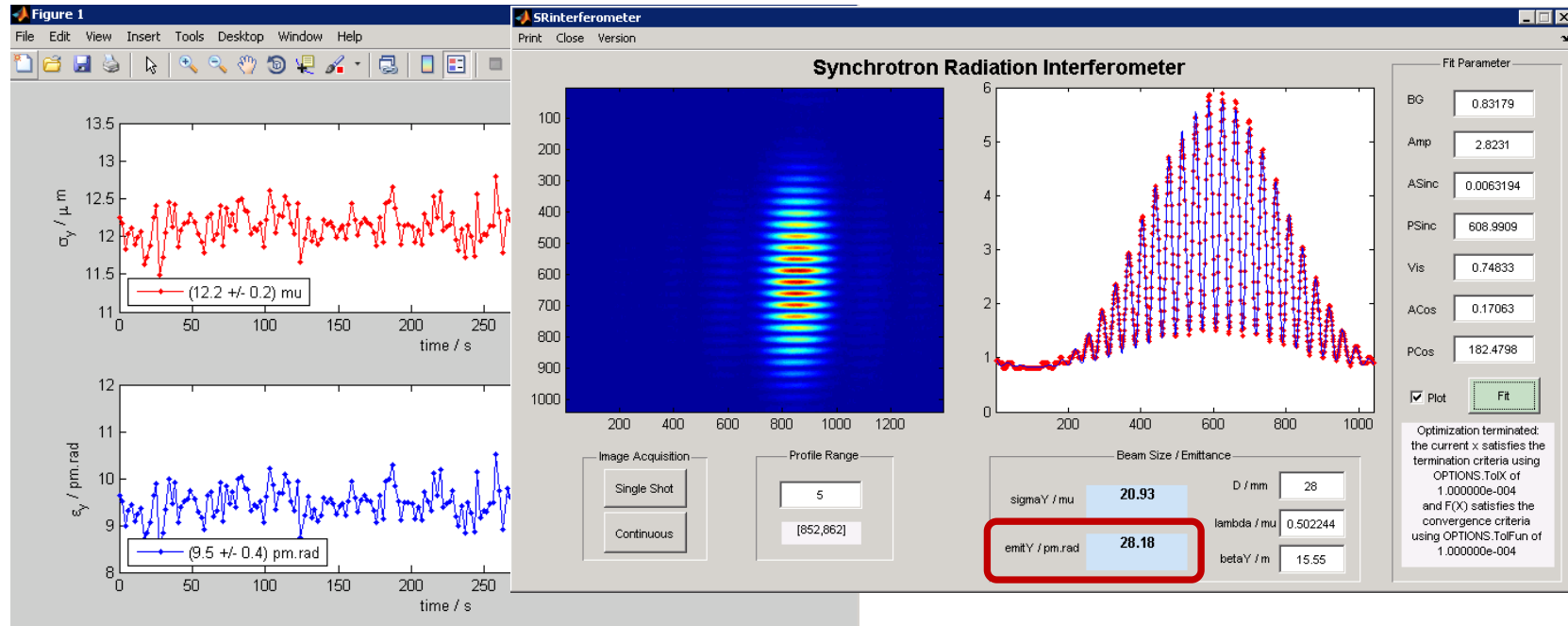
$$\sigma_y = \frac{\lambda R}{\pi D} \sqrt{\frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{Vis}\right)}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y^2}{\beta_y}$$

SR-Interferometer @ PETRA

● Interferometer im BKR

- › zeitliche Entwicklung der vertikalen Emittanz
- › 100 mA @ 60 Bunchen (Freitag, 23.9.2011)



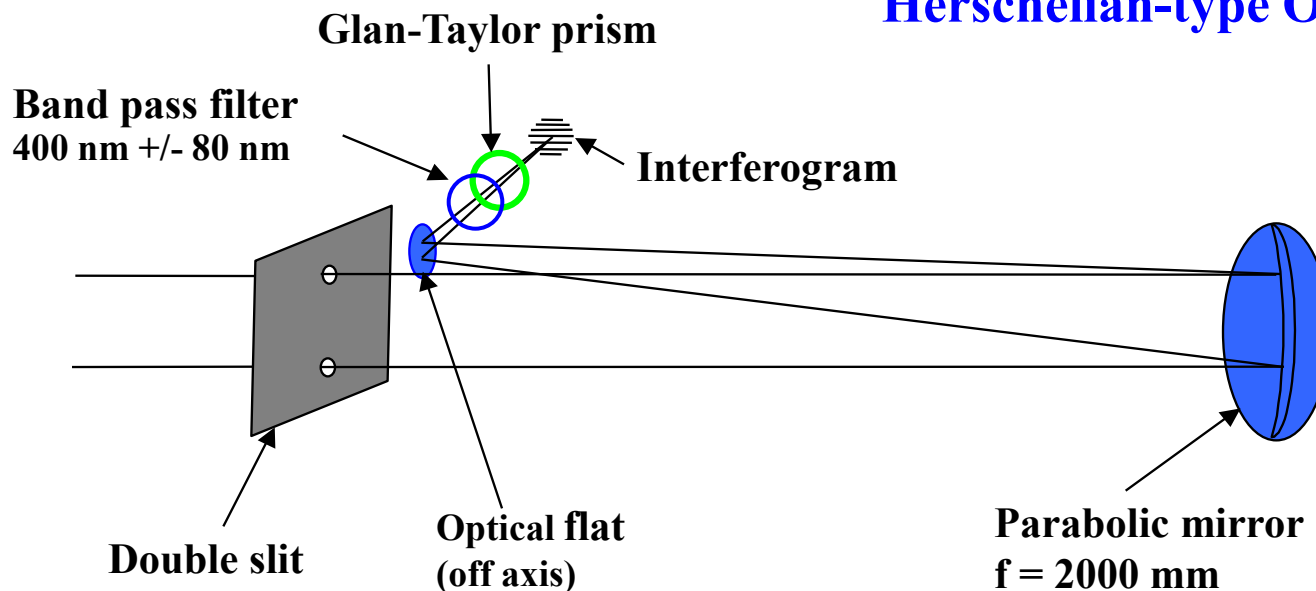
● Ausblick

- › Motorisierung des Auskoppelspiegels → Stabilisierung des Strahlflecks auf CCD
- › Integration ins Kontrollsystem → Daten auch im Archiv verfügbar
- › solider Aufbau → simultane Nutzung mit Streakkamera
- › Verbesserung der Sensitivität, Erweiterung zu horizontalem Interferometer, ...

Verbesserungen ATF-Interferometer

- Interferometer: hohe Genauigkeit in Phasenmessung
 - ausreichend Intensität (Heisenbergsche Unschärferelation)
 - Bandpass-Filter mit großer Bandbreite ($400 \text{ nm} \pm 80 \text{ nm}$)
- dominanter Fehler: Dispersion in refraktiver Optik (Linsen)
 - Ausschmieren des Interferogramms
- Übergang zu reflektiver Optik

Herschelian-type Optics

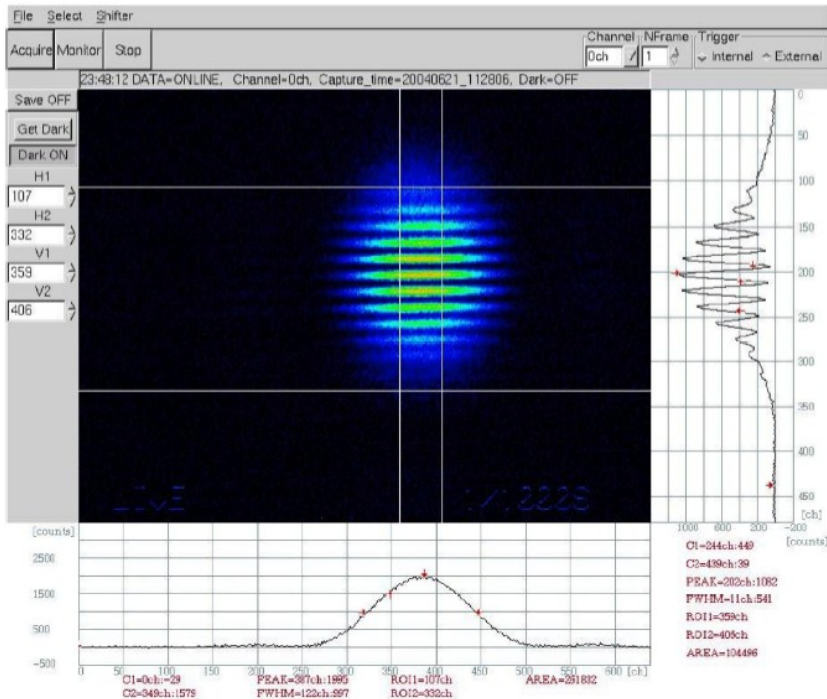


courtesy of T. Mitsuhashi, KEK

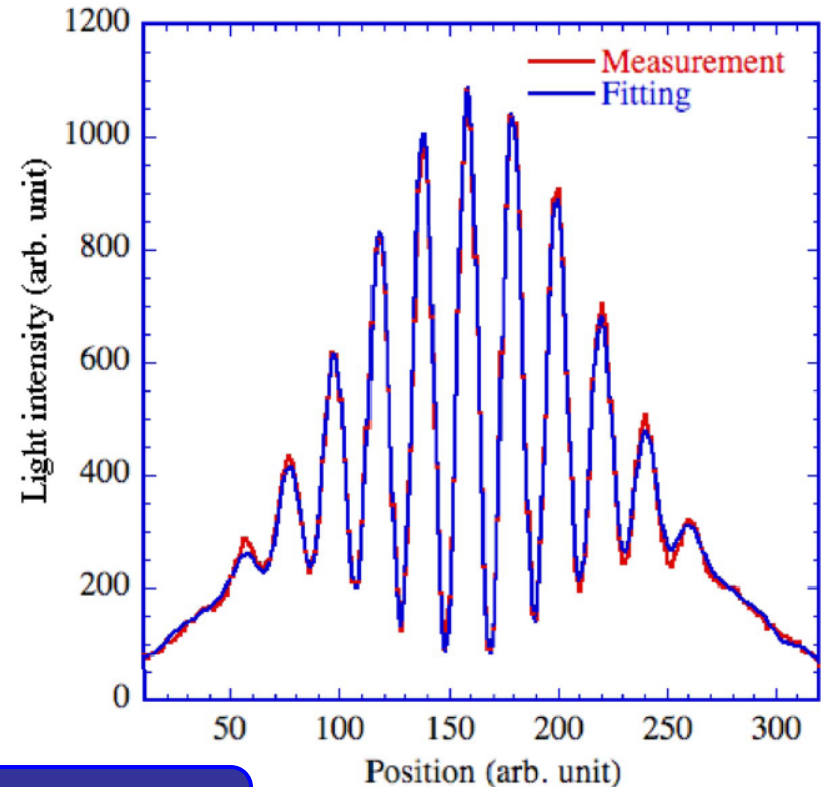
Verbesserungen ATF-Interferometer

T. Naito and T. Mitsuhashi, Phys. Rev. ST Accel. Beams 9 (2006) 122802

Interferogramm



Messung / Fit

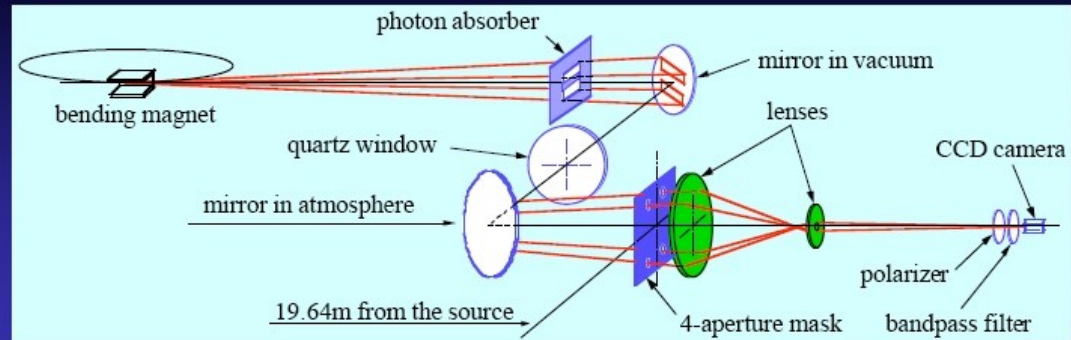


$$\sigma_y = (4.73 \pm 0.55) \mu\text{m}$$

$$\sigma_y = (7.2 \pm 0.8) \mu\text{m} \quad (\text{refraktive Optik})$$

SPring-8 2D Synchrotron Light Interferometer

M. Masaki & S. Takano,
J. Sync. Rad. (2003). 10, p295



Resolution

$$\sigma_{inter,X} = 121\mu\text{m}, \quad \sigma_{inter,Y} = 52\mu\text{m}$$

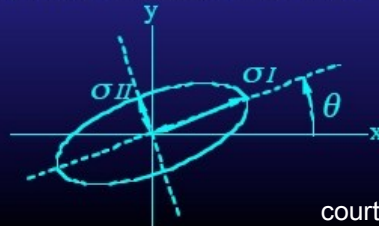
2D Beam Profiling

model function: $\tilde{I}(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x,y;x_e,y_e) \rho(x_e,y_e) dx_e dy_e$

point-spread function: $I(x,y;x_e,y_e)$

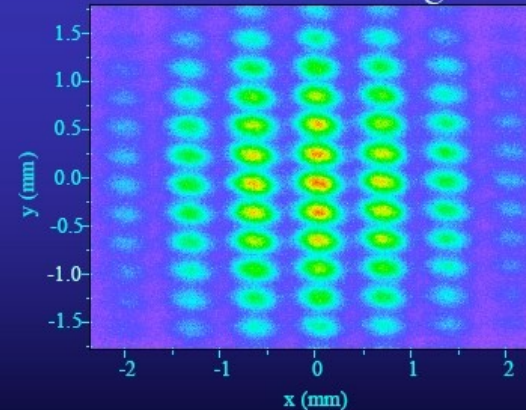
electron beam : $\rho(x_e,y_e)$

elliptical Gaussian distribution



courtesy of S.Takano, SPring-8

Observed interferogram



$$\sigma_I = 116(\mu\text{m}), \quad \sigma_{II} = 64(\mu\text{m}), \quad \theta = -18(\text{deg.})$$



Übergang zu abbildendem Verfahren mit Fresnel-Zonenplatte